

Exercice 1 (4 points)

Pour chaque question une seule des trois réponses proposées est exacte. Recopier, chaque fois, sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

- I- Soit G un graphe non orienté dont la matrice associée est $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 1) L'ordre du graphe G est égal à
a) 5 b) 6 c) 12
- 2) Le graphe G :
a) est complet b) admet une chaîne eulérienne c) admet un cycle eulérien.

- II- Soit (u_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N} par $u_n = -1 + (0,9)^n$
- 1) La suite (u_n) est
a) croissante b) décroissante c) n'est pas monotone
- 2) La limite de u_n quand $n \rightarrow +\infty$ est égale à
a) -1 b) 0 c) $+\infty$

Exercice 2 (5 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) Calculer le déterminant de la matrice A et en déduire qu'elle est inversible.
2) a) Montrer que $AB + 2I = 0$ où 0 désigne la matrice nulle d'ordre 3.
b) En déduire que $A^{-1} = -\frac{1}{2}B$ où A^{-1} désigne la matrice inverse de A .

3) Soit, dans \mathbb{R}^3 , le système $(S) : \begin{cases} x + 2y + z = -2 \\ 2x + 3y + 2z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 8 \end{cases}$

- a) Donner l'écriture matricielle du système (S) .
b) En déduire l'ensemble des solutions du système (S) .

Exercice 3 (5 points)

Le tableau ci-dessous donne les pourcentages des chômeurs en Tunisie pendant neuf trimestres successifs à compter du premier trimestre de l'année 2012.

x_i : rang du trimestre	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_i : pourcentage des chômeurs	18,1	17,6	17	16,7	16,5	15,9	15,7	15,3	15,2

Source : I.N.S

- 1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage des points de la série statistique (x_i, y_i) .
Dans la suite, les résultats seront donnés à 10^{-2} près par excès.
- 2) a- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y .
b- Justifier l'existence d'un ajustement affine entre x et y .
- 3) a- Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.
b- Estimer le pourcentage des chômeurs en Tunisie pendant le deuxième trimestre de l'année 2015.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
b- En remarquant que $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$, calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement ce résultat.
- 2) a- Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = -\frac{\ln x}{x^2}$ et calculer $f'(1)$.
b- Dresser alors le tableau de variation de f .
c- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α que l'on précisera.
d- Tracer la courbe (C).
- 2) Soit F la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = \frac{1}{2}(2 + \ln x)\ln x$.
a- Montrer que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.
b- Soit \mathcal{R} la région du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = e^{-1}$ et $x = 1$. Hachurer cette région et calculer son aire.