

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION **** <b>EXAMEN DU BACCALAUREAT</b> <b>SESSION 2015</b>	Épreuve : <b>MATHEMATIQUES</b>	
	Durée : 3 H	Coefficient : 3
Section : <b>Sciences de l'informatique</b>	<b>Session de contrôle</b>	

Exercice 1 (4 points)

Répondre par vrai ou faux, en justifiant la réponse :

1) L'inverse de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  est  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

2) La matrice  $M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$  est inversible.

3) La limite de la suite  $u$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par  $u_n = \frac{n + (-1)^n}{n}$  est égale à 1.

4) La suite  $v$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par  $v_n = f\left(\frac{1}{n}\right)$ , avec  $f: x \mapsto f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$ , est convergente.

Exercice 2 (6 points)

1) Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{2x} - 2e^x$  et soit  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter géométriquement les résultats

obtenus. (On remarquera que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = e^x(e^x - 2)$ )

b) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = 2e^x(e^x - 1)$ .

c) Etudier les variations de  $f$ .

2) a) Déterminer le point d'intersection de  $(\mathcal{C})$  avec l'axe des abscisses.

b) Construire la courbe  $(\mathcal{C})$ .

3) a) Soit  $a$  un réel strictement négatif. Calculer l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie du plan limitée par la courbe  $(\mathcal{C})$ , les axes du repère et la droite d'équation  $x = a$ .

b) Calculer  $\lim_{a \rightarrow -\infty} \mathcal{A}$ .

4) Soit  $g$  la restriction de  $f$  à  $[0, +\infty[$ .

a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[0, +\infty[$  sur un intervalle  $J$  que l'on précisera.

b) Construire dans le même repère la courbe  $(\mathcal{C}')$  de la fonction  $g^{-1}$  réciproque de  $g$ .

c) Vérifier que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (e^x - 1)^2 - 1$ .

Exprimer, pour  $x \in J$ ,  $g^{-1}(x)$  en fonction de  $x$ .

