

Exercice 3 (6 points)

On considère les matrices

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } N = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -8 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & -7 & 10 \end{pmatrix}$$

- 1) a- Calculer le déterminant de M , en déduire que M est inversible.
b- Calculer la matrice $M \times N$, en déduire la matrice inverse M^{-1} de M .

c- Résoudre, dans \mathbb{R}^3 , le système (S) :

$$\begin{cases} x + 4y + 2z = 110 \\ 3x + 2y + 3z = 120 \\ 2x + y + 2z = 75 \end{cases}$$

- 2) Un atelier fabrique trois sortes de pièces mécaniques A, B et C.
 - Les bénéfices unitaires sont : 60 Dinars pour A, 50 Dinars pour B et 40 Dinars pour C.
 - L'atelier utilise trois machines X, Y et Z pour fabriquer les pièces A, B et C.
 - Le temps unitaire (exprimé en heures) de passage de chaque pièce sur ces machines est donné par le tableau suivant :

Pièce \ Machine	A	B	C
X	1	4	2
Y	3	2	3
Z	2	1	2

- Les capacités hebdomadaires, exprimées en heures, des machines X, Y et Z sont respectivement : 110, 120 et 75 (ce qui correspond au cas où les machines X, Y et Z travaillent à plein temps).
 - On note respectivement a , b et c les nombres hebdomadaires (exprimés en dizaines) de pièces A, B et C fabriquées quand les trois machines X, Y et Z travaillent à plein temps.
- a- Montrer que le triplet (a, b, c) vérifie le système (S) donné en 1) c).
 - b- Déterminer alors a , b et c .
 - c- Déterminer le bénéfice hebdomadaire gagné par l'entreprise quand les trois machines X, Y et Z travaillent à plein temps.