

**Exercice 1 (5 points)**

1) a) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E) :  $z^2 - 2z + 4 = 0$ .

b) Déterminer une écriture exponentielle de chacune des solutions de (E).

2) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère le cercle  $(\Gamma)$  de centre O et de rayon 2 et le point A d'affixe 2.

Placer les points B et C d'affixes respectives  $2e^{i\frac{\pi}{3}}$  et  $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ .

3) Soit  $\theta \in ]-\pi, \pi]$  et M le point du cercle  $(\Gamma)$  d'affixe  $2e^{i\theta}$ .

On désigne par N le point de  $(\Gamma)$  tel que  $(\widehat{OM, ON}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$ . Justifier que N a pour affixe  $2e^{i(\theta + \frac{\pi}{3})}$ .

4) Soit r la rotation de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .

a) Vérifier que la rotation r a pour expression complexe :  $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + 2 - 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ .

b) Soit F et K les milieux respectifs des segments [BM] et [CN]. Montrer que  $r(F) = K$ .

c) En déduire la nature du triangle AFK.

5) a) Montrer que  $AF^2 = 4 - 2\sqrt{3} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$ .

b) En déduire l'affixe du point M pour laquelle AF est maximale et construire le triangle AFK correspondant.

**Exercice 2 (4 points)**

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que  $(\widehat{AB, AC}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$  et  $(\widehat{BC, BA}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$ .

1) Soit f la similitude directe de centre A qui envoie B sur C. Déterminer l'angle et le rapport de f.